13. Factor ANOVA

De theorie achter factor ANOVA (tussengroep)

Bij *factor ANOVA* is er een tweede onafhankelijke variabele in de analyse bij gekomen. Er zijn drie soorten designs mogelijk:

1. *Onafhankelijke factoren*: Hierbij zijn er meerdere onafhankelijke variabelen en worden er verschillende deelnemers getest (tussengroep design). Hierover gaat dit hoofdstuk.
2. *Herhaalde metingen factoren*: Hierbij zijn er meerdere onafhankelijke variabelen en worden dezelfde deelnemers getest (binnengroep design). Dit wordt in het volgende hoofdstuk besproken.
3. *Gemixt design*: Hierbij zijn er meerdere onafhankelijke variabelen waarbij sommige variabelen met dezelfde deelnemers zijn gemeten en andere variabelen met verschillende deelnemers. Hierover gaat hoofdstuk 15.

De naam die aan ANOVA gegeven wordt kan verwarrend zijn. Een tweeweg ANOVA betekent dat de analyse twee onafhankelijke variabelen bevat.

Tweeweg ANOVA als lineair model
Ook hier kunnen we de algemene formule Uitkomst = (model) + error aannemen. Voor factor ANOVA ziet het er als volgt uit:

Uitkomst = (b_0 + b_1 onafhankelijke variabele$_1$ + b_2 onafhankelijke variabele$_2$ + b_3 interactie) + error

Je hebt in een tweeweg ANOVA dus twee factoren, die je allebei met dummyvariabelen kunt coderen met nullen en enen. De code van de interactieterm is onafhankelijke variabele 1 x onafhankelijke variabele 2.

Achter de schermen van een tweeweg ANOVA
Een tweeweg ANOVA is in veel opzichten hetzelfde als een gewone ANOVA. De totale kwadratensom wordt opgedeeld in de modelsom en de residuensom. Bij een tweeweg ANOVA wordt de modelsom in tweeën gesplitst, omdat de effecten van twee onafhankelijke variabelen komen. We noemen dit SS_A en SS_B. Ook komt er een interactie bij kijken, die we SS_{AxB} noemen.

De totale kwadratensom wordt als volgt berekend:

$$SS_T = s^2_{groot}(N-1)$$

De grote variantie is de variantie van alle scores samen zonder de groepen te onderscheiden. Het aantal vrijheidsgraden van SS_T is N-1.

Voor de modelsom berekenen we eerst de totale modelsom:

$$SS_M = \sum n_k \left(X_k - X_{grand}\right)^2$$

Hier is het grote gemiddelde het gemiddelde van alle scores samen. n is het aantal scores in elke groep. Het aantal vrijheidsgraden is het aantal groepen – 1 (df = k-1).

SS_A

Voor de modelsom van de eerste onafhankelijke variabele (variabele A), sorteer je de deelnemers op basis van die variabele. Met de volgende berekening kan je dan de modelsom voor de eerste onafhankelijke variabele berekenen:

$$SS_A = \sum n_k \left(X_k - X_{grand}\right)^2$$

Het aantal vrijheidsgraden is k-1, waarbij k staat voor het aantal groepen binnen variabele A.

SS_B

Voor de modelsom van de tweede onafhankelijke variabele (variabele B) sorteer je de deelnemers op basis van die variabele. Hier kan dan dezelfde berekening toegepast worden als op SS_A.

Interactie (SS_{AXB})

De derde stap is het berekenen van de interactie. De interactie is makkelijk te berekenen aangezien de totale modelsom bestaat uit SS_A, SS_B en SS_{AXB}. De berekening is als volgt:

$$SS_{AXB} = SS_M – SS_A - SS_B$$

Het aantalvrijheidsgraden gaat op dezelfde manier:

$$Df_{AXB} = df_M – df_A - df_B$$

De residuensom

Voor een tweeweg ANOVA is de residuensom op dezelfde manier te berekenen als de residuensom bij een eenweg ANOVA. Het laat de onverklaarde variantie zien. Dat kan bijvoorbeeld door individuele verschillen in prestatie.

$$SS_R = s^2_{groep1}(n_1\text{-}1) + s^2_{groep2}(n_2\text{-}1) + s^2_{groep3}(n_3\text{-}1) + \ldots + s^2_{groepn}(n_n\text{-}1)$$

De vrijheidsgraden is voor elke groep 1 minder dan het aantal scores in de groep. Daarna tel je de vrijheidsgraden van alle groepen bij elkaar op.

F-ratio

Elk effect heeft zijn eigen F-ratio. Om de F-ratio te berekenen hebben we eerst de mean squares (MS) van elk effect nodig. Dit krijg je door de modelsom te delen door het aantal vrijheidsgraden wat erbij hoort. De F kan dan als volgt berekend worden:

$$F_A = \frac{MS_A}{MS_R}$$

$$F_B = \frac{MS_B}{MS_R}$$

$$F_{AXB} = \frac{MS_{A \times B}}{MS_R}$$

De F-waardes kunnen vergeleken worden met de kritieke waardes die in de appendix te vinden zijn. Daarna kan gezegd worden of het effect ook bij toeval had kunnen gebeuren of dat het door de experimentele manipulatie komt.

Assumpties van factor ANOVA

Dezelfde assumpties gelden voor factor ANOVA als de andere lineaire modellen, zoals beschreven in hoofdstuk 5. Wanneer niet aan de assumptie van homogeniteit voldaan kan worden kan de Welch procedure toegepast worden. De post hoc tests kunnen robuust gemaakt worden met bootstrap, maar de F-ratio zelf niet. Hiervoor heb je het programma R nodig.

SPSS

Voor het invoeren hebben de groepen bij een tussengroep variabele een eigen kolom. Als eerst codeer je de onafhankelijke variabelen. Vervolgens kan je meerdere variabelen creëren. Dit zijn de afhankelijke variabelen. Voor een tussengroep factor ontwerp ga je in SPSS naar Analyze – General Linear Model – Univariate. De afhankelijke variabele spreekt voor zich en de onafhankelijke variabelen plaats je in Fixed factor (zie blz. 522).

Bij plots kan je scatterplots maken voor het interpreteren van de interactie-effecten. Bij een tweeweg ANOVA plot je de ene onafhankelijke variabele tegen de andere. De ene variabele zet je bij Horizontal Axis, de ander bij Separate Lines. De optie Separate Plots gebruik je als je ook nog een derde variabele hebt. Klik op Add.

Contrasten

In SPSS heb je bij een eenweg ANOVA de optie je eigen contrasten te maken. Bij een tweeweg ANOVA is dat ingewikkelder, en zijn er alleen standaard contrasten beschikbaar. Eigen contrasten kun je wel via syntax uitvoeren. Ook contrasten voor interactie-effecten zijn uit te voeren via syntax.

De rest van de het scherm heeft dezelfde opties als al eerder aangegeven.

De output

De ANOVA tabel laat zien of een van de onafhankelijke variabelen een effect heeft gehad op de afhankelijke variabele. In deze Test of Between-Subjects Effects tabel is het vooral belangrijk om te kijken naar de significantie van de hoofdeffecten en het interactie-effect. Als het interactie-effect significant is, moet je het hoofdeffect waar dat over gaat niet meer interpreteren. In een grafiek is duidelijk te zien wat de interactie betekent. Je kunt ook een staafdiagram maken voor een goed overzicht.

Wanneer een contrast significant is, betekent het dat er een verschil zit tussen de gemiddelden van het paar dat je vergelijkt. Bij het betrouwbaarheidsinterval kan je ook zien of het contrast significant is. Als het betrouwbaarheidsinterval niet langs de nul gaat zit er een verschil tussen de gemiddelden.

Een techniek voor het uit elkaar halen van het interactie-effect is de *simpele effecten analyse*. Deze analyse onderzoekt het effect van de ene onafhankelijke variabele op de individuele niveau´s van de andere onafhankelijke variabele. Deze analyse kan alleen via syntax worden uitgevoerd (zie pagina 531).

De post hoc testen hebben hier dezelfde functie als in eenweg ANOVA. Post hoc testen letten niet op het interactie-effect.

Interactiegrafieken

Interacties zijn erg belangrijk. Om de interacties te begrijpen moet je ze goed kunnen interpreteren. De ANOVA tabel in de output laat alleen zien of de interactieterm significant is, maar niet wat dat effect is. Dit zie je wel in een grafiek. Als de lijnen parallel aan elkaar lopen is er geen interactie-effect. Als de lijnen kruisen is er een interactie-effect aanwezig. Dit wil nog niet per se zeggen dat het interactie-effect dan ook significant is. Het hangt er vanaf hoe goed de lijnen gekruist zijn. Wanneer de lijnen niet kruisen maar duidelijk niet parallel lopen betekent het dat er wel een interactie-effect is. Voorbeelden van grafieken zijn te vinden op blz. 534, 535 en 536.

Voor de interactie-effecten kunnen ook staafdiagrammen gemaakt worden. Als de staven in het diagram hetzelfde zijn op verschillende niveaus is er geen interactie-effect. Ook als de staven niet overal even hoog zijn maar hetzelfde patroon houden is er geen interactie. Een verschil in patroon betekent een interactie-effect.

Effectgroottes

SPSS geeft partial eta squared als effectgrootte, maar het is verstandiger om ω^2 te gebruiken. Dit kunnen we berekenen door eerst de variantie van elk effect en de meetfout uit te rekenen. Dit kan met de volgende formules:

$$\hat{\sigma}_\alpha = \frac{(a-1)(MS_A - MS_R)}{nab}$$

$$\hat{\sigma}_\beta = \frac{(b-1)(MS_B - MS_R)}{nab}$$

$$\hat{\sigma}_{\alpha \times \beta} = \frac{(a-1)(b-1)(MS_{A \times B} - MS_R)}{nab}$$

a is het aantal niveaus in de eerste onafhankelijke variabele, b is het aantal niveaus in de tweede onafhankelijke variabele en n is het aantal proefpersonen per conditie. Voor de effectgroottes hebben we ook de totale variantie nodig.

$$\hat{\sigma}^2_{totaal} = \hat{\sigma}_\alpha^{\,2} + \hat{\sigma}_\beta^{\,2} + \hat{\sigma}_{\alpha \times \beta}^{\,2} + MS_R$$

Met deze gegevens kan de effectgrootte berekend worden:

$$\omega^2_{effect} = \frac{\hat{\sigma}^2_{effect}}{\hat{\sigma}^2_{totaal}}$$

De effectgrootte kan ook met de simpele effecten analyse uitgerekend worden. Dit Deze effecten hebben 1 vrijheidsgraad voor het model, wat betekent dat ze twee dingen vergelijken. Hierbij kan F naar r worden omgezet:

$$r = \sqrt{\frac{F(1, df_R}{F(1, df_R) + df_R}}$$

Bij het rapporteren van de resultaten moet hetzelfde weergegeven worden als bij een gewone ANOVA. De F-ratio en het aantal vrijheidsgraden moeten in elk geval vermeld worden, voor de twee hoofdeffecten en voor het interactie-effect.